

有限要素法を用いた地殻変動解析プロトタイプシステムの開発 A Prototype System for FEM-based Crustal Deformation Analysis

地理地殻活動研究センター 小林知勝¹・山田晋也・佐藤雄大²
Geography and Crustal Dynamics Research Center
KOBAYASHI Tomokazu, YAMADA Shinya, and SATO Yudai

要 旨

火山地域のように急峻な地形や複雑な地下構造をもつ地域において、正確な地殻変動解析を行えることを目指して、地形・地下構造を考慮した計算を可能とする三次元有限要素法を適用した地殻変動解析システムのプロトタイプを開発した。解析システムはグラフィカルユーザインタフェース操作により、有限要素法による地殻変動計算から力源推定までの一連の処理を統合的に実行可能である。システムには全国の数値標高モデルや地下構造データを標準装備しており、国内の任意の陸地において実地形や不均質な地下構造を考慮した変動計算が可能となっている。本研究開発では、有限要素法による変動計算の高速化に関する技術開発にも着手し、計算領域の要素数を効果的に削減できる無限要素や要素細密化処理を実装することで、計算精度を維持しつつも計算速度を向上させることを実現した。本システムの開発により、従来の解析法では困難であった山体の浅部に貫入する力源による変動計算や地震波探査による火山体内の詳細な地下構造データを組み込んだ変動計算が可能となった。

1. はじめに

地殻変動とその原因となる地下の力源の位置・形状・変位/圧力変化量は、物理式により結び付けられるため、地殻変動データから地下の状態を定量的に推定することができる。従来、地殻変動の力源推定の多くは、計算精度や計算速度の制約等から、地形や地下構造を単純化した理論式（解析解）に基づく推定が行われてきた（例：Okada, 1985）。しかし、火山においては、地形の起伏や地下構造の不均質性が地殻変動に影響することが予想され、より正確な推定のためには、これらを考慮した解析が不可避である。特に、ごく浅部にマグマが貫入するような場合には地形に関する問題が顕在化する。これは、理論式では力源よりも低い位置にある地表変位が計算不可能であったり、手法の中には力源が十分深い位置の場合にのみ適用が可能という制約（例：山川, 1955）が存在するためである。SARやGNSS等の観測技術が高度化され、山頂域の変動も高い時空間分解能や計

測精度で捉えられるようになってきた中、これら高度化された観測データを生かして、より正確な力源の推定を可能とすることは喫緊の課題である。

こうした課題の克服には、実地形・不均質な地下構造データを組み込んだ解析が必須である。有限要素法（Finite Element Analysis : FEM）は、計算対象が複雑な形状や物性を持っていても、変動の計算が可能であるという利点を持ち、上記課題を解決する有効な手段である。連続体の変形の問題に強い特長を有しており、地殻変動のような静的な変形の計算に最適である。一方で、力源推定を含めた地殻変動解析への適用には、幾つかの技術的課題もある。有限要素法では、計算精度を上げるためには、細かい要素へと分割する必要があるが、要素分割から変形計算までの一連の処理には多大な労力及び計算コストを必要とする。力源推定では、位置やサイズの多数の組み合わせパターンから最適な解を探索していく必要があるが、位置やサイズを変える度ごとに領域全体の要素分割が必要になり、現状では計算効率の悪さが推定の大きな障害の1つとなっている。地殻変動計算の精度を保ちつつも、現実的な時間で正確に力源パラメータを見積もることができる効率的な地殻変動計算も課題である。

このような背景の下、国土地理院では、特別研究「地形・地下構造を考慮した地殻変動の分析に関する研究（平成28-令和元年度）」において、特に火山を対象とした三次元有限要素法を用いた地殻変動計算システムの開発に取り組んできた。本報告では、2章から5章で解析システムの特長や機能について紹介し、6章で実際の火山における変動計算を通して検証した地形や地下構造の影響について紹介する。

2. 解析システムの概要

本章では、各中間処理の概要や主な特徴の紹介を通じて、本システムの処理部の構成や計算機能を概説する。図-1は本システムの構成である。本システムは主に3つの処理部で構成されている。1つ目は、山体を含む計算領域を小さな要素に分割する処理部である。本稿では、要素で分割された領域を要素モデルと呼ぶ。2つ目は有限要素法により地殻変動を

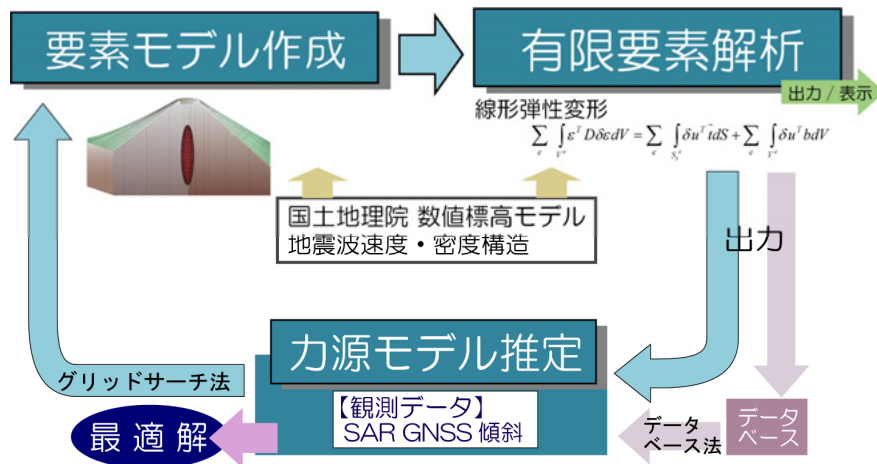


図-1 解析システムの構成.

計算する処理部である。要素モデルの各要素間を関係づける方程式に従い各要素の変形を計算する処理を行う。本システムでは、微小変形理論に基づく線形弾性による変形を計算の対象としている。この2つの処理により、ユーザが与えた力源パラメータ(位置、形状、開口量もしくは圧力変化量)に従った弾性変形が計算される。地表での変位のほか、地殻内部の変位や応力も計算可能である。3つ目は力源モデルを推定する処理部である。前記処理で有限要素法により得られた地殻変動を基に、観測値を最も説明する最適解を探索する。

要素モデルの作成には、アドバンスソフトが開発した要素作成プログラムを用いた(戸田, 2010)。一般的に六面体が計算精度が高いといわれていることから(例: Zienkiewicz, 1977)、本システムでは六面体による要素をデフォルトとしている。弾性変形の計算には、同じくアドバンスソフトが開発したソルバー「Advance/FrontSTR」を用いている(菊池・董, 2011; Fujita et al., 2013)。

本システムでは、国土地理院が公開している基盤地図情報の数値標高モデル(10mメッシュ(標高): DEM10B)をシステム内に標準装備している。ユーザは緯度・経度の範囲を指定することにより、任意の場所の要素モデルを作成し、有限要素による地殻変動計算及びそれに基づく力源推定を実行できる。これにより、全国の任意の陸地において地形の効果を組み込んだ火山性地殻変動の解析が実施可能となっている。

また、Matsubara and Obara (2011)による全国のP波速度、S波速度、密度データを地下構造モデルとして標準装備した。これにより、三次元の不均質地下構造を組み込んだ地殻変動計算が全国を対象に簡便に実施可能となっている。Matsubara and Obara (2011)では浅部の構造の情報が欠損している箇所もあることから、本システムでは、最浅部の速度・密度デー

タをそれより上部の領域に外挿することにより地下構造モデルを作成した。また、火山によっては、地震波探査により、より精密な速度構造が推定されている場合があることから、こうした情報を組み込むことができるように、地表からの距離に応じた速度・密度層を別途設定できる機能も実装した。

本システムは、有限要素解析の非専門家でも複雑な操作を介さずに地殻変動計算ができるように、グラフィカルユーザインタフェース(GUI)操作で各パラメータの設定や計算・結果表示等を実行できるように開発されている(図-2)。ユーザは、解析領域の範囲(緯度、経度、深さ)、要素分割数、力源の種類・位置・形状等を設定できる。本システムでは、矩形クラック、球、回転楕円体の3種類の力源形状を選択でき、設定した計算条件や力源に対して、要素モデルの作成から地殻変動計算までを一括して実行可能である。

計算結果は、GUI画面上から表示することができ、観測値との比較表示も可能である。また、要素モデルや各要素における変位や応力の値はvtk形式のファイルに格納している。これを可視化ソフトウェアParaView(Ahrens et al., 2005; Ayachit, 2015)に読み込ませることにより、三次元で表示し、マウス操作による自由な視点変更や任意の切断面における変位・応力等の分布の表示ができるため、解析結果の分析に有効である(図-3)。

本システムでは、ユーザが設定した要素モデルによる計算精度を検証するために、半無限弾性体における理論式を計算する機能も実装した。平坦な均質媒質での有限要素解析も実施可能であり、同条件下での理論解との比較検証ができる。なお、理論解の計算にはクラック(Okada, 1985)、球(山川, 1955)、回転楕円体(Yang et al., 1988)、薄層円盤クラック(Fialko et al., 2001)の形状を取り扱える。

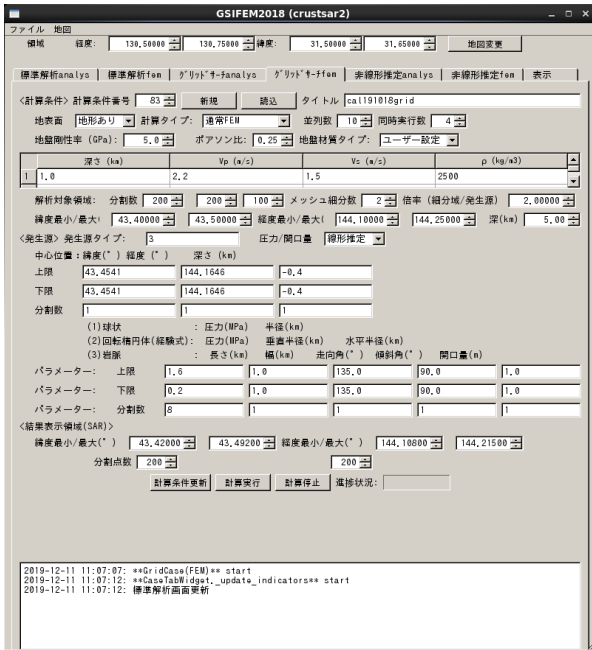


図-2 操作画面の例。

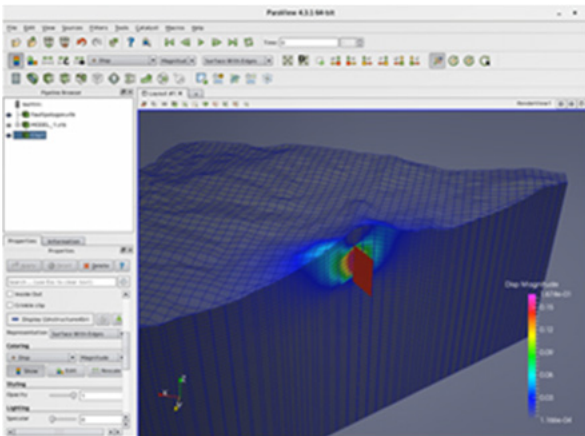


図-3 計算結果の三次元表示・操作画面の例。

3. 計算効率向上のための技術

3.1 無限要素

有限要素法では、有限の領域内での計算を行うため、側面や底面の影響を受けた誤差を生じ得る。そのため、解析対象とする領域を十分広くとり（数倍から十倍程度）仮想的に境界面を遠方に設定してその影響を少なくすることで、計算精度を確保する場が多い。しかし、どの程度まで計算領域を拡大するのか等、その設定は容易ではない。また、計算領域の拡大で、無駄な計算が発生し、計算時間の過大につながる。そこで本システムでは、過度なモデル領域の設定を避け、可能な限り小さな領域で計算精度が確保されるようにするため、無限要素（Zienkiewicz et al., 1983）を導入した。地表面を除く

水平方向及び深さ方向の端部境界に無限要素を設置して弾性変形を計算することにより（図-4）、計算領域境界に無限遠に達する有限要素を加えたことと等価な扱いで計算が可能になる。効果の詳細は5章で示す。

3.2 力源近傍の要素細密化機能

一般的に、応力が集中する力源近傍の変形を正確に計算するためには、要素サイズが小さい方が良い。一方で、力源遠方では多少粗い要素サイズでも計算精度は確保できる。そこで本システムでは、計算領域を均一な要素で分割する標準機能に加えて、力源の周囲の格子のみをさらに細密化して設定できる機能を実装した（図-4）。粗な要素と密な要素の接続には Multi-Point Constraint 法を用いている（Jendele and Červenka, 2009）。これにより、要素数を抑えつつも、力源近傍の変位計算の精度を高めることが可能となる。効果の詳細は5章で示す。

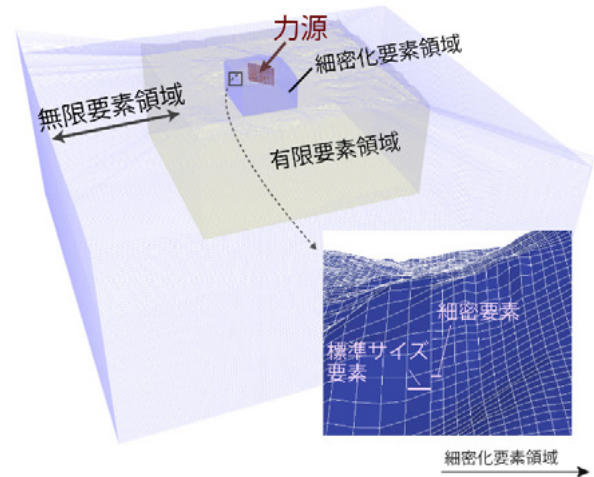


図-4 要素モデルの概念図。

4. 力源モデルの推定機能

本システムでは、有限要素法による地殻変動を用いた力源推定機能を実装した。グリッドサーチによる解探索及びデータベースを利用した解探索の機能を備えている。以下、その概略を述べる。

4.1 グリッドサーチ

位置、形状、開口量もしくは圧力変化量の各力源パラメータの探索範囲と探索間隔を GUI 操作画面上にて設定し、各パラメータセットに対して逐次要素モデルの作成と有限要素法による変動計算を一連実行する。解探索では、GNSS（東西、南北、上下3成分の変位）、InSAR（衛星－視線方向成分）、傾斜の3種類の観測値が利用可能である。本システムでは、観測値と計算値の残差の二乗平均平方根を最小とするパラメータセットを最適解として選択する。なお、各観測値には誤差を設定することができ、誤差が異なる場合には、重み付き二乗平均平方根により最適

解を探索する。

本システムでは、変位に対して線形なパラメータであるクラック開口量や球・回転楕円体の圧力変化量を、線形最小二乗により推定する機能を実装した。単位量あたりの力源の開口及び圧力変化に伴う地殻変動をグリーン関数として線形的に逆推定を行う。これにより、数値的に探索するパラメータ数を1つ減らし、計算時間を短縮することができる。

4.2 データベースを利用した解探索機能

一般的にグリッドサーチは時間のかかる作業である。そこで、データベースを利用した力源モデル探索機能も実装した。本機能では、あらかじめユーザが与えたパラメータセットで計算した地殻変動をデータベース化しておき、力源推定が必要になったときに、観測値を最も説明できる解をデータベースから探索する。あらかじめ作成しておいたデータベースを利用すれば、有限要素解析で最も計算負荷のかかる要素作成処理、変形計算の処理を省略して、観測値を説明するモデルを迅速に推定可能となる。あらかじめ様々な力源の位置や形状を想定してデータセットを作成しておけば、災害発生時等の迅速な対応に有効に機能すると期待される。

5. 実装機能の計算速度への効果に関する検証実験

5.1 無限要素の効果

本節では無限要素の導入の効果を確認する。ここでは、半無限一様弾性媒質中におけるクラック開口の理論解と有限要素法による計算結果の比較から計算精度を評価する。東西成分のみを示す(図-5a)が、上下成分においても議論の本質は変わらない。理論計算値は、上端位置を地表から75mの深さにした長さ2km、幅2km、傾斜90°、走向135°のクラック(図-5b)を0.5m開口させて得た。有限要素で構成される領域は、水平に5km×5km、鉛直に5kmとし、50mのグリッドサイズで分割した。図-6a,bは、無限要素を用いない計算結果と理論解との残差を示す。残差分布には、計算領域の側面近傍に残差が広がっており、境界の影響による誤差が発生していることが分かる。これを回避する従来型の方法は、有限要素の計算領域を広げて境界の影響を低減することである。図-6cは水平領域を2倍に広げた場合の計算結果である。先ほど見られた誤差が有意に低減していることが分かる(図-6d)。図-6bでは、残差の二乗平均平方根(RMS)³が11.7%であったが、本計算では0.5%にまで向上する。しかし、計算精度が良くなった反面、領域を広げた結果、要素数は約4倍(約124.2万個から約494.8万個)に増加し、その結果、全体の計算時間は5.8倍に増加した。図-6e,fは、計算領域

は変更せずに無限要素を導入した場合の計算結果と残差である。要素数は図-6a,bと同じであるが、RMSは0.5%となり、領域を広げた図-6c,dの場合と同程度の計算精度を達成している。一方、全体の計算時間は図-6aの計算の1.2倍程度にしか増えない。無限要素の導入により、少ない要素数で高い計算精度を確保でき、結果的に計算時間を増大させずに処理できる。

5.2 要素細密化機能の効果

一般に、応力が集中する力源に近づくほど、理論的な変位量の再現は難しくなる。図-7bは、図-6bのカラースケールを変更した残差表示であるが、遠方場に比べて力源近傍の再現性が悪いことが分かる。力源近傍においても残差を小さくするには、一般的

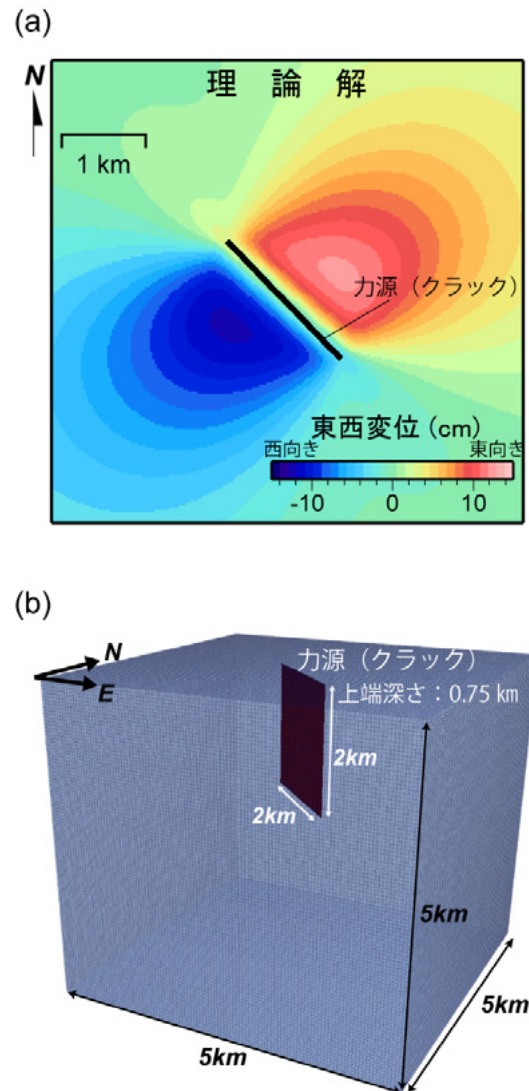


図-5 (a) クラック(板状亀裂)開口を仮定したときの理論解(東西変位)。(b) 計算領域と力源の位置・形状。

³ここでは観測値で規格化している

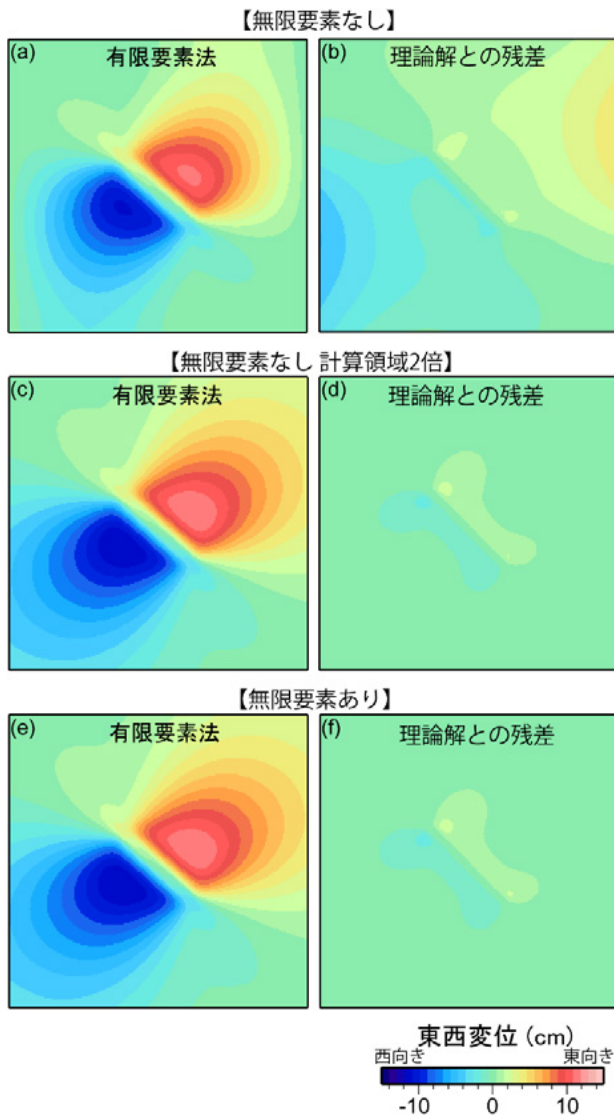


図-6 無限要素の適用効果. 図-5の条件下で計算した東西変位場を示す. (a) 無限要素なしの計算値. (b) 理論解(図-5)と(a)の残差. (c) 計算領域を2倍に拡大した無限要素なしの計算値. (d) 理論解と(c)の残差. (e) 無限要素を適用した計算値. (f) 理論解と(e)の残差.

に要素のサイズを小さくして、変位勾配の大きな変形にも対応させることが必要となる. 図-7c は要素サイズを 25m に小さくして計算した結果である. 力源近傍の変位の再現性が向上していることが分かる. RMS は 0.5% から 0.1% になる. しかしながら、要素数は、約 989.6 万個と約 8 倍となり、全体の計算時間は約 23 倍に増大してしまう. そこで本システムでは、力源近傍の要素のみを細分化する機能を実装した. 図-7e,f は、力源周辺のみを 25m に分割した場合の計算結果と残差である. 前述の 25m サイズの計算と同様に力源近傍の残差は十分に低減されており、RMS は約 0.1% となる. 一方、要素数は約 3 倍(約

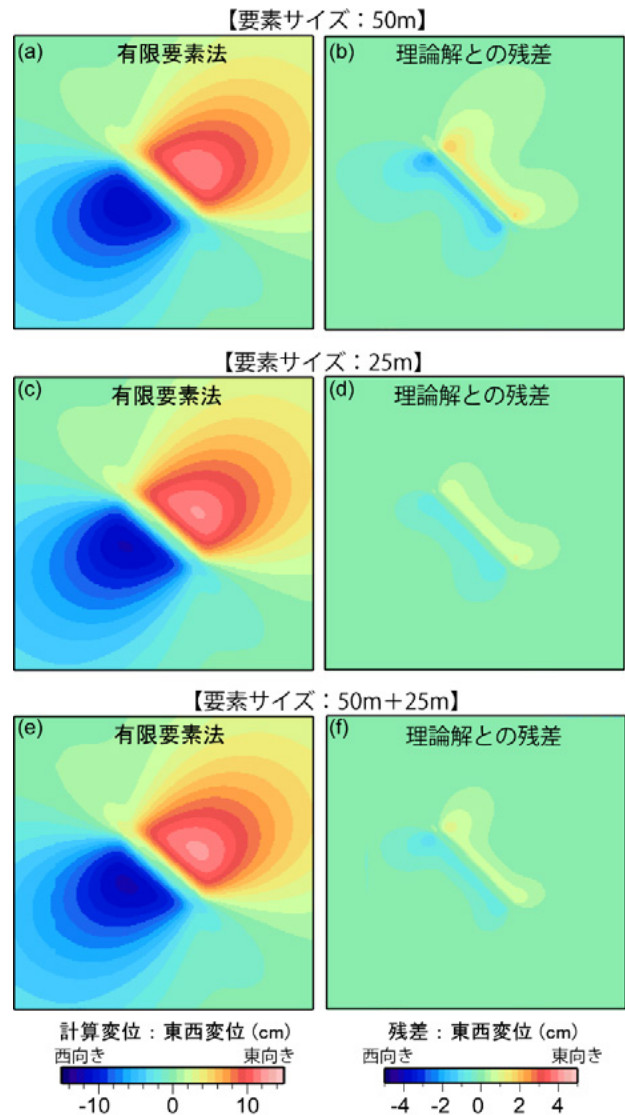


図-7 要素細密化処理の適用効果. 図-5の条件下で計算した東西変位場を示す. (a) 50mの要素サイズの計算値. (b) 理論解(図-5)と(a)の残差. (c) 25mの要素サイズの計算値. (d) 理論解と(c)の残差. (e) 細密化処理により力源近傍のみ25mの要素サイズにした計算値. (f) 理論解と(e)の残差.

408.4 万個)で、全計算時間は図-7a の計算の約 7 倍に抑えられた. 要素細密化の機能により、少ない要素数で力源近傍の変動も精度高く計算が可能になっている. 前述の通り、局所的な変形が大きい力源近傍の変位を正確に計算するには、細かな要素分割が必要となる. この機能は、特に、力源近傍の変形が地表に現れやすい浅部に位置する力源による変動計算に有効に機能するものと期待される.

6. 実際の地殻変動解析への適用試験

6.1 地形を考慮した変動計算の有効性

本章では初めに、力源の位置に対する地形の影響について検証する. ここでは、標高が約 3000m の御

嶽山の山体内に膨張する力源を想定し、力源の深さにより地表がどのような影響を受けるかを調べた。御嶽山では、2014年の噴火時に、干渉 SAR による地殻変動が捉えられており、力源が火口直下のごく浅部に位置すると推定されている(山田ほか, 2015)。このような場合は、理論解による計算が適用困難であり有限要素法による解析が必要となる。本計算では、火口直下に伸びる火道を想定した鉛直に伸びる回転楕円体の膨張に伴う変形を調べた。火口(標高約2600m付近)から深さ100mの位置に力源上端を固定し、その下端を徐々に深部に伸ばした場合の変動を逐次計算した。さらに、下端が標高1000mに達した後は、上端を徐々に下方に動かしていき、それぞれの変動を計算した。短半径は100mと仮定した。紙幅の都合上、ここでは力源の下端が標高1000mにある長半径200mの力源(図-8a)と上端が標高2500mにある長半径200mの力源(図-8b)の場合の変位を示す。力源が山体の深部に位置している場合は、山体全体は隆起し、力源を中心とした放射状の水平変位が見られる。一方、力源が浅部にある場合は、膨張に伴う水平変位の方向分布に大きな変化は見られない一方で、山体の広い領域で沈降が見られる。これは山頂域にある力源が、膨張に伴い標高の低い地盤を押し下げる効果が強くなるためと推察される。その影響は力源と地形の位置関係が強く関与しており、この状況では地形が急峻となっている南側の斜面が、その近くにある力源の影響を強く受けて沈降が顕著になっている。

2014年の噴火活動では、干渉SARのほか、気象庁の「田の原」観測点の傾斜計でも、南東に傾き下がる変動が捉えられた。傾斜は変位の空間微分量であり、変位分布からは捉えにくい微小な変化を検出可能で火山活動の監視によく使われている。図-9は図-8と同様の条件で傾斜を計算した結果である。田の原観測点で予想される傾斜を赤い矢印で示している。力源が深部にある場合は、力源を中心に放射状に山麓に向かって傾き下がる動きが見られる。一方、力源が浅部にある場合は、地形の影響を受け傾斜の向きは複雑な挙動を示す。田の原観測点に着目すると、南東に傾き下がる動きから転じて、山頂域に向かって傾き下がる変化が見られる。傾きの極性変化は、力源の重心が田の原観測点(標高約2200m)より上方に位置すると見られ始める。極性が逆転するという傾斜の大きな変化は、地殻変動源の位置や大きさを拘束する上で重要な情報になり得る。

続けて、力源がどの程度の深さであれば、従来法が適用可能であるかを、2015年桜島のマグマ貫入イベントに伴う地殻変動を通じて検証した。理論解で標高を考慮する方法の1つは、Williams and Wadge

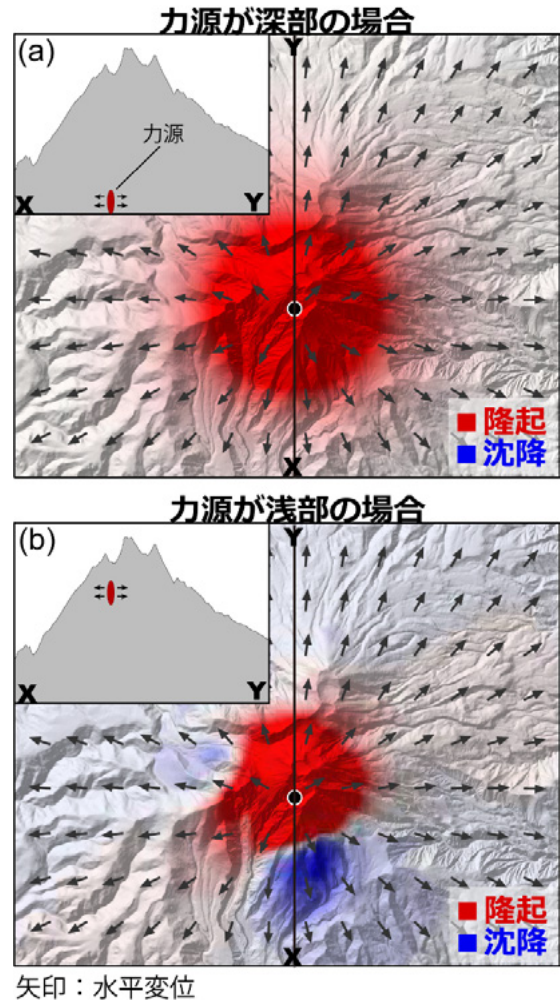


図-8 御嶽山の山体内にある力源膨張を仮定して計算された地表変位。(a) 力源下端が標高1000mの時の地表変位。(b) 力源上端が標高2500mの時の地表変位。赤が隆起、青が沈降を示し、大きさは最大値で規格化している。矢印は水平変位を示し、大きさは規格化している。

(2000) が提唱した Depth-Varing Model を利用した標高補正処理をすることである。これは力源より上方に位置する各観測点(干渉 SAR の場合は各画素)における標高を考慮してそれぞれ各点の地殻変動を逐次計算するものである。Morishita et al. (2016) では、この手法を用いて力源推定のための地表変位を計算している。図-10a 及び図-10b はそれぞれ、標高補正処理を施した理論解及び有限要素法による計算結果である。ここでは、Morishita et al. (2016) の力源(クラック開口)の上端位置を、標高0m(山体基部)に移動させて地表変位を計算した。残差分布(図-10c)に見られるように、両者の変位分布にはほとんど差異が見られない。このことは、力源が山体基部より下にある場合は、従来法の適用が概ね可能であることを示唆している。こうした適用限界を理解

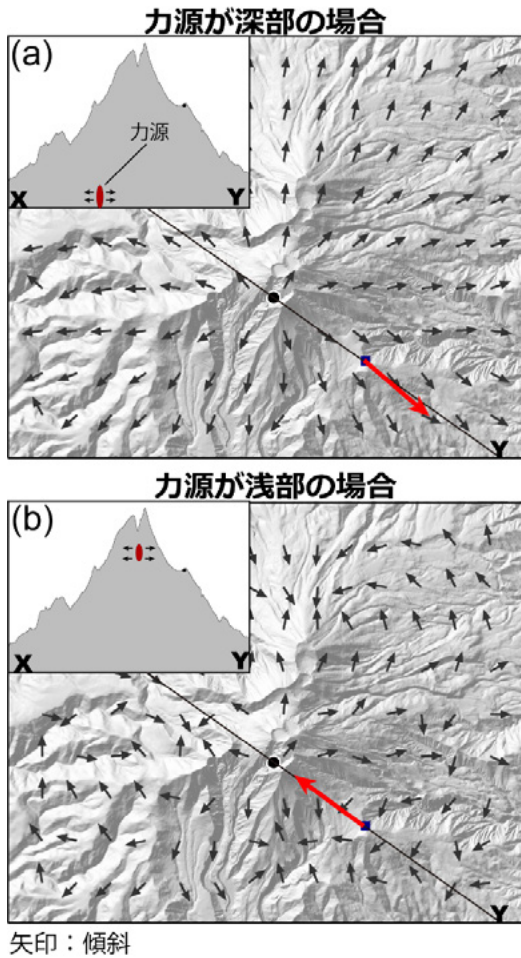


図-9 図-8と同じ条件で計算した傾斜。■は気象庁「田の原」観測点の位置を示し、赤矢印は田の原観測点における傾斜を示す。傾斜の大きさは規格化している。

して、従来法と有限要素法による地殻変動計算を実際の解析に利用していくことが重要であろう。

6.2 地下構造の不均質性の影響

本節では、前節の後半で取り上げた2015年桜島のマグマ貫入イベントにおけるクラック開口に対する地下構造の影響を検証する。計算にはMorishita et al. (2016)で推定された力源を用いた。このモデルでは、ダイクの上端は深さ400mに推定されている。地下構造は、地震波探査から得られた結果(Miyamachi et al., 2013)を参考に、図-11eのような多層構造を設定した。図-11a, bはそれぞれ、低速度層(P波速度: 1.0 km/s)がない場合の有限要素法の計算結果と均質媒質を仮定して計算した結果(図-10)との残差を示す。変動分布や量は概ね再現できているものの、最大変位域には残差が見られる。図-11fは、測線X-Y(図-10)に沿った変位の断面図であるが、最大変位量が約20%増加している。この構造の表層に、P波速度1.0 km/sの低速度層を加えると、最大変位域はさらに変

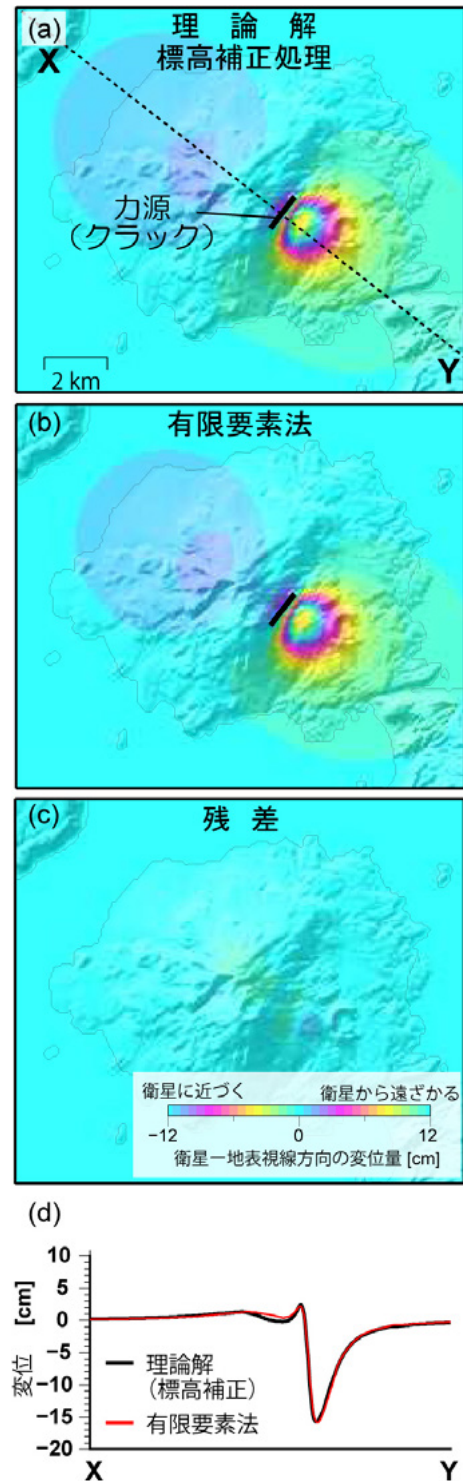


図-10 理論解の標高補正処理による変動計算の適用可能範囲。(a)理論解の標高補正処理による計算値。(b)有限要素法による計算値。(c)残差。(d)X-Y測線における地表変位の比較。

形しやすくなり、残差はさらに拡大する(図-11c, d)。このように、弾性定数の空間的不均質性が変動量に少なからぬ差異を生むことが確認できる。その差は、力源の遠方では大きく目立つことはないが、近傍域

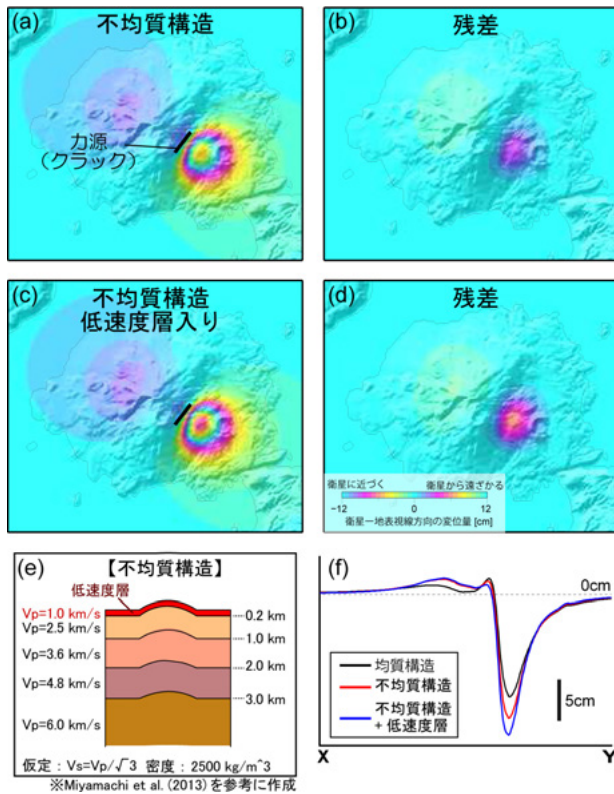


図-11 不均質な地下構造を考慮した場合の変動計算結果。(a)低速度層(図-11e)がない構造で計算した変位。(b)均質媒質による計算結果(図-10)との残差。(c)低速度層(図-11e)がある構造で計算した変位。(d)均質媒質による計算結果との残差。(e)地震波探査結果を基にした地下構造モデル。(f)X-Y測線(図-10)における地表変位の比較。

では、場合によっては無視できないものとなり得ることがわかる。

7. まとめと議論

実地形及び不均質な地下構造を考慮した地殻変動計算を目的に、三次元有限要素法を適用した解析システムのプロトタイプを開発した。解析システムはGUIにより操作が可能であり、要素分割、有限要素法による変動計算、力源推定の一連の処理を統合的に実行可能である。全国の数値標高モデルや地下構造モデルを標準装備しており、全国の任意の陸地において実地形や不均質な地下構造を考慮した地殻変動解析が実行可能である。本研究では、有限要素法の短所である計算時間を向上させるための技術開発も実施した。計算時間を増大させる主要因となる要素数を効果的に削減するために、無限要素の導入や力源近傍の分割を重点的に細密化する処理を実装した。これにより、計算精度を保ちつつも速度を大幅に向上させることを実現した。

実際の火山における変動計算を通して、地形や地

下構造の影響について検証した。その結果、力源が山体の浅部に位置する際は地形の影響を強く受けて、深部にある場合には隆起だった領域が沈降に転じたり、傾斜の向きが反対になる等の大きな変化をもたらすことが明らかとなった。さらに、桜島を想定して、地下構造の影響についても検証した。地震波探査で得られている地下構造を考慮して変動計算を行ったところ、力源近傍域においては、均質媒質を仮定した従来法による場合よりも、地表の変位量が数割増大することが示された。こうした計算は、従来の理論解では扱えなかったものであり、有限要素法による計算ツールの開発によって実地形や不均質な地下構造を考慮した地殻変動を定量的に評価できるようになった。

近年、干渉SAR解析等により、浅部に位置すると考えられる力源近傍の変動がしばしば捉えられるようになってきた。観測技術の高度化により、山頂域の地殻変動も高精度に捉えられるようになった現在、観測で得られた地殻変動データを十分に生かすには、地形を考慮した解析が不可欠である。本システムの開発で実地形を考慮した計算ができるようになったことで、マグマが山体に貫入するような際にも、位置等の定量的な把握が可能となった。さらに、地下構造の影響調査を通して、地殻変動解析の正確性を向上させるためには、詳細な地下構造の情報も重要となることが示された。山体の詳細な地下構造がわかっている活火山は多くないものの、構造探査が実施されている火山の解析においては、地下構造データを積極的に組み込んだ解析が今後必要であろう。また、今回のシステム開発では、その対象としなかったが、数年、数十年かけた地殻変動の場合、粘性緩和の寄与も重要となると推察される(Yamasaki and Kobayashi, 2018; Yamasaki et al., 2017)。粘弾性変形も加えた変動に関する技術開発や研究は今後の課題の1つと言えよう。

謝辞

有限要素法の解析結果の三次元表示には、"ParaView"ソフトウェア(Ahrens et al., 2005; Ayachit, 2015)を使用しました。回転楕円体及び薄層クラックの理論解を計算するプログラムはそれぞれ、P.F. Cervelli博士及びY. Fialko博士がウェブ上で公開しているのプログラム(<https://volcanoes.usgs.gov/software/spheroid/>)を用いました。図の作成にはThe Generic Mapping Tool(GMT)ソフトウェア(Wessel and Smith, 1998)を使用しました。

(公開日：令和2年4月1日)

参考文献

- Ahrens, J., B. Geveci, and C. Law (2005): ParaView: An End-User Tool for Large Data Visualization, Visualization Handbook, Elsevier.
- Ayachit, U. (2015): The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application, Kitware, <http://www.paraview.org>.
- Fialko, Y., Khazan Y., and Simons M. (2001): Deformation due to a pressurized horizontal circular crack in an elastic half-space, with applications to volcano geodesy, *Geophys. J. Int.*, 146, 181–190.
- Fujita, E., Kozono T., Ueda H., Kohno T., Yoshioka S., Toda N., Kikuchi A., and Ida Y. (2013): Stress field change around the Mount Fuji volcano magma system caused by the Tohoku megathrust earthquake, Japan, *Bull. Volcanol.*, 75:679, <https://doi.org/10.1007/s00445-012-0679-9>.
- Jendele, L. and Červenka J. (2009): On the solution of multi-point constraints - Application to FE analysis of reinforced concrete structures. *Computers and Structures*, 87, 970-980, <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2008.04.018>.
- 菊池愛子, 董勤喜 (2011) : 有限要素法による地震断層解析 (概要), *アドバンスシミュレーション*, 4, 100-113.
- Matsubara M. and Obara K. (2011): The 2011 of the pacific coast of Tohoku earthquake related to a strong velocity gradient with the Pacific plate, *Earth Planets Space*, 63(7):663–667.
- Miyamachi H. et al. (2013): Shallow Velocity Structure Beneath the Aira Caldera and Sakurajima Volcano as Inferred from Refraction Analysis of the Seismic Experiment in 2008, *Bull. Volcanol. Soc. Japan*, 58, 227-237.
- Morishita Y., Kobayashi T., and Yarai H. (2016): Three-dimensional deformation mapping of a dike intrusion event in Sakurajima in 2015 by exploiting the right and left-looking ALOS-2 InSAR, *Geophys. Res. Lett.*, 43, 4197–4204, [doi:10.1002/2016GL068293](https://doi.org/10.1002/2016GL068293).
- Okada, Y. (1985): Surface deformation due to shear and tensile faults in a halfspace, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 75, 1135–1154.
- 戸田則雄 (2010) : 断層面を含む地盤モデルのメッシュ作成, *アドバンスシミュレーション*, 4, 114-121.
- Wessel, P. and Smith W.H.F. (1998): New, improved version of Generic Mapping Tools released, *EOS Trans. Am. Geophys. Union*, 79, 579.
- Williams, C. and Wadge G. (2000): An accurate and efficient method for including the effects of topography in three-dimensional elastic models of ground deformation with application to radar interferometry. *J. Geophys. Res.*, 105, 8103-8120, <https://doi.org/10.1029/1999JB900307>.
- 山田晋也, 森下遊, 和田弘人, 吉川忠男, 山中雅之, 藤原智, 飛田幹男, 矢来博司, 小林知勝 (2015) : だいち2号SAR干渉解析による御嶽山噴火に伴う変動の検出, *国土地理院時報*, 127, 11-15.
- 山川宜男 (1955) : 内部力源による半無限弾性体の変形について, *地震*, 8, 84-98.
- Yamasaki T. and Kobayashi T. (2018): Imaging a low viscosity zone beneath the Kutcharo caldera eastern Hokkaido, Japan, using geodetic data, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 504, 1-12, <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2018.09.038>
- Yamasaki T., Kobayashi T., and Wright T.J. (2017): Viscoelastic crustal deformation by magmatic intrusion: A case study in the Kutcharo caldera, eastern Hokkaido, Japan, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 349, 128-145. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2017.10.011>.
- Yang, X., Davis P.M., and Dieterich J.H. (1988): Deformation from inflation of a dipping finite prolate spheroid in an Elastic Half-Space as a model for volcanic stressing, *J. Geophys. Res.*, 93, 4249–4257.
- Zienkiewicz, O.C., Emson C., and Bettess P. (1983): A novel boundary infinite element, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 19, 393-404.
- Zienkiewicz, O.C. (吉識雅夫・山田嘉昭監訳) (1977) : 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, 培風館.